

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

1. $8x + 9 - 12x = 4x - 13 - 5x$
2. $16x - [3x - (6 - 9x)] = 30x + [-(3x + 2) - (x + 3)]$
3. $14 - (5x - 1)(2x + 3) = 17 - (10x + 1)(x - 6)$
4. $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = -\frac{x-5}{5}$
5. $\frac{1}{3x-3} + \frac{1}{4x+4} = \frac{1}{12x-12}$
6. $x - a + 2 = 2ax - 3(a + x) - 2(a - 5)$
7. $\frac{a-1}{a} + \frac{1}{2} = \frac{3a-2}{x}$

- Problemas

1. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.
2. Repartir 140 dólares entre A, B y C de modo que la parte de B sea la mitad de la de A y un cuarto de la de C.
3. Dividir 254 en tres partes tales que la segunda sea el triple de la primera y 40 unidades mayor que la tercera.
4. La suma de dos números es 100 y el doble del mayor equivale al triple del menor. Hallar los números.
5. La edad de A es el triple que la de B y dentro de 5 años será el doble. Hallar las edades actuales.

Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

- Método de igualación

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--|
| 1.- $x + 6y = 27$
$7x - 3y = 9$ | 2.- $3x + 5y = 7$
$2x - y = -4$ | 3.- $\frac{x+1}{10} = \frac{y-4}{5}$
$\frac{x-4}{5} = \frac{y-2}{10}$ |
|------------------------------------|------------------------------------|--|

- Método de sustitución

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|
| 1.- $x + 3y = 6$
$5x - 2y = 13$ | 2.- $4y + 3x = 8$
$8x - 9y = -77$ | 3.- $2x - y = 3a$
$x - 2y = 0$ |
|------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|

- Método de reducción

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|---|
| 1.- $6x - 5y = -9$
$4x + 3y = 13$ | 2.- $3x - 4y = 41$
$11x + 6y = 47$ | 3.- $2(x + 5) = 4(y - 4x)$
$10(y - x) = 11y - 12x$ |
|--------------------------------------|---------------------------------------|---|

- Método de determinantes

- | | | |
|--|---|---|
| 1.- $18x + 5y = -11$
$12x + 11y = 31$ | 2.- $12x - 14y = 20$
$12y - 14x = -19$ | 3.- $36x - 11y = -14$
$24x - 17y = 10$ |
|--|---|---|

- Método gráfico

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1.- $x - 2y = 10$
$2x + 3y = -8$ | 2.- $5x + 2y = 16$
$4x + 3y = 10$ |
|-------------------------------------|--------------------------------------|

- Problemas

1. Un cuarto de la suma de dos números es 45 y un tercio de su diferencia es 4. Hallar los números.
2. La edad de A excede en 13 años a la de B, y el doble de la edad de B excede en 29 años a la edad de A. Hallar ambas edades.

Ecuaciones de primer grado con tres incógnitas

- Método de reducción

$$\begin{array}{l} 2x - y + 5z = 23 \\ 1.- \quad 4x + 2y + 3z = 20 \\ \quad \quad 3x + 4y + 2z = 7 \end{array} \qquad \begin{array}{l} -2x + 4y + 3z = 28 \\ 2.- \quad 3x + 2y - 4z = -16 \\ \quad \quad -4x - 3y + 2z = 7 \end{array}$$

- Método de determinantes

$$\begin{array}{l} 3x + 4y + 2z = 4 \\ 1.- \quad 2x - y + 5z = 21 \\ \quad \quad 4x + 2y + 3z = 16 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 7x + 10y + 4z = -2 \\ 2.- \quad 5x - 2y + 6z = 38 \\ \quad \quad 3x + y - z = 21 \end{array}$$

Ecuaciones de segundo grado

- Por fórmula general

$$\begin{array}{l} 1.- \quad 5x^2 - 7x - 90 = 0 \\ 2.- \quad \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = 3(x - 5) \\ 3.- \quad 7(x - 3) - 5(x^2 - 1) = x^2 - 5(x + 2) \end{array}$$

- Por factorización

$$\begin{array}{l} 1.- \quad x(x - 1) - 5(x - 2) = 2 \\ 2.- \quad \frac{x+2}{x} + x = \frac{74}{x} \\ 3.- \quad 60 = 8x^2 + 157x \end{array}$$

- Por trinomio cuadrado perfecto

$$\begin{array}{l} 1.- \quad x^2 = 19x - 88 \\ 2.- \quad 4x^2 = -32x \\ 3.- \quad (x - 2)(x + 2) - 7(x - 1) = 21 \end{array}$$

- Por cualquier método

$$\begin{array}{l} 1.- \quad 6x^2 - 15ax = 2bx - 5ab \\ 2.- \quad x^2 + 4x = 285 \\ 3.- \quad \frac{x^2-5}{3} + \frac{4x^2-1}{5} - \frac{14x^2-1}{15} = 0 \end{array}$$

- Problemas

1. La suma de dos números es 9 y la suma de sus cuadrados 53. Hallar los números.
2. Un número positivo es los $\frac{3}{5}$ de otro y su producto es 2160. Hallar los números.
3. A tiene 3 años más que B y el cuadrado de la edad de A aumentado en el cuadrado de la edad de B equivale a 317 años. Hallar ambas edades.
4. Un número es el triple de otro y la diferencia de sus cuadrados es 1800. Hallar los números.

Geometría

- Conceptos

1. Recta que divide al ángulo en dos partes iguales.
2. En un triángulo, es una recta perpendicular a un lado y pasa por su punto medio.
3. Recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto de un triángulo.
4. Recta trazada desde el punto medio de un lado del triángulo hasta el vértice opuesto.
5. Segmento perpendicular desde el centro a uno de los lados de un polígono regular.
6. Recta perpendicular al radio de una circunferencia, que une el centro con el punto de tangencia.
7. Recta que corta a la circunferencia en dos puntos.
8. La medida de este ángulo es la mitad de la del arco que abarca.
9. La medida de este ángulo es igual a la del arco que abarca.

10. Es un par de ángulos que suman 90° .
11. Este par de ángulos suman 180° .
12. Segmento que une dos vértices no consecutivos de un polígono.
13. Punto de intersección de las bisectrices de un triángulo.
14. Punto de intersección de las mediatrices de un triángulo.
15. Punto de intersección de las alturas de un triángulo.
16. Punto de intersección de las medianas del triángulo.
17. Segmento rectilíneo que pasa por el centro y cuyos extremos están en la circunferencia.
18. Segmento rectilíneo cuyos extremos son dos puntos de la circunferencia.
19. Curva plana y cerrada en la que cada uno de sus puntos equidista de un punto fijo llamado centro.

- Problemas

1. Hallar el ángulo central de un endecágono regular.
2. Hallar el total de diagonales del pentadecágono.
3. En que polígono se pueden trazar desde un vértice 17 diagonales.
4. Hallar el polígono cuya suma de ángulos interiores es de 1260° .
5. Hallar el ángulo central de un dodecágono regular.
6. Hallar el total de diagonales del icoságono.
7. En que polígono se pueden trazar desde un vértice 14 diagonales.
8. Hallar el polígono cuya suma de ángulos interiores es de 1800° .

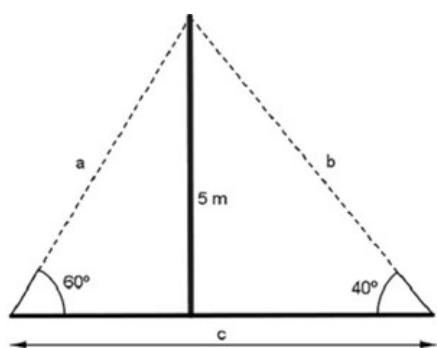
- Áreas y perímetros

1. Hallar el área de un triángulo equilátero, si su perímetro es de 144cm.
2. Hallar el perímetro de un trapecio rectángulo si sus bases miden 42cm y 31 cm y su altura 12cm.
3. Hallar el área de un triángulo equilátero, si su perímetro es de 108cm.
4. Hallar el área de un trapecio isósceles si sus bases miden 20cm y 14 cm y sus lados iguales 5cm.
5. Las bases de un trapecio rectángulo miden 15cm y 20cm respectivamente, y su altura 12cm. Calcula el área y el perímetro.
6. Un arco de 108° tiene 15cm de longitud. ¿Cuál es su radio?
7. Un arco de 120° tiene un radio de 25cm. ¿Cuál es su longitud?
8. Un arco tiene 20cm de longitud y 12cm de radio. ¿Cuál es su amplitud?
9. Hallar el área de un trapecio circular cuyas bases abarcan 60° sabiendo que los radios de las circunferencias miden 18m y 6m respectivamente.
10. Calcular el área de una corona circular que tiene como radio mayor 52cm y radio menor 42cm.
11. Calcular el área del trapecio circular de radio mayor 1.25m, radio menor 0.25m y que describe un arco de 75° .
12. Calcular el área de un sector de una circunferencia de 3m de diámetro y que describe un arco de 103.2° .
13. Hallar el perímetro de una circunferencia inscrita en un cuadrado de 20cm de lado.
14. Encuentra el área y el perímetro de un trapecio isósceles si sus bases miden 31 y 42 cm, y su altura es de 12 cm.

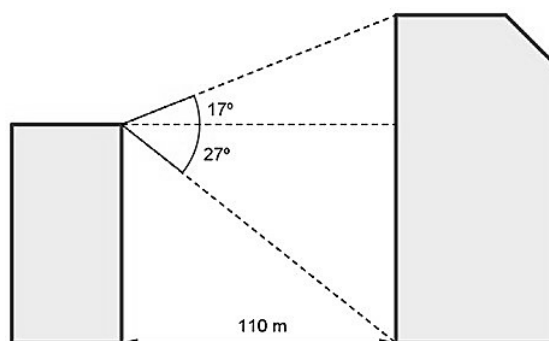
Trigonometría

- Triángulos rectángulos

1. La hipotenusa mide 11.46cm y un cateto 7.34cm, encuentre los elementos que faltan.
2. Un cateto mide 15.3cm y la hipotenusa 18.2cm, encontrar los elementos faltantes.
3. Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo mide $48^{\circ} 54'$ y su cateto opuesto es de 15.4cm. Hallar la medida de los elementos faltantes.
4. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 29.3cm y uno de sus ángulos agudos $66^{\circ} 22'$, encuentre la medida de los elementos que faltan.
5. Se sabe que el aro de baloncesto está a 3,3 metros del piso. Los ojos de un jugador de baloncesto están a 1.98 metros del piso. Si el jugador se encuentra en la línea de tiro libre a 5 metros del centro del aro de la canasta. ¿Cuál es el ángulo de elevación de los ojos del jugador al centro del aro?
6. Desde una altura de 23 245 pies el piloto de un aeroplano observa la luz de un aeropuerto bajo un ángulo de depresión de 28° . ¿Qué distancia horizontal hay entre el aeroplano y la luz?
7. Hasta lo alto de un faro, cuya altura sobre el nivel del mar es de 120 pies, el ángulo de elevación de una embarcación, es de 15° . ¿A qué distancia horizontal del faro está la embarcación?
8. Un mástil de 5 m se ha sujetado al suelo con un cable compuesto por los segmentos "a" y "b" como muestra la figura. Hallar la separación de las bases de los cables "c" y la longitud del cable.
9. Calcular la altura de ambos edificios.

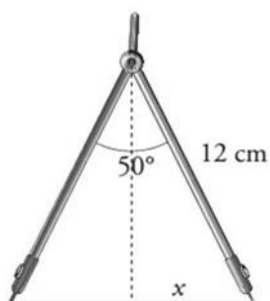


Problema 8

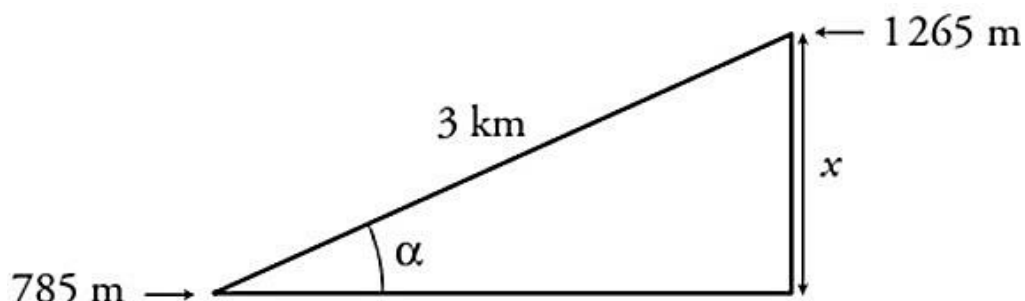


Problema 9

10. Los brazos de un compás, que miden 12cm, forman un ángulo de 50° . ¿De cuánto es el valor de la circunferencia que se puede trazar con ese compás?
11. En una ruta de montaña, una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante, la altitud es de 1 265 m. Hallar el ángulo de elevación de la montaña con la horizontal.



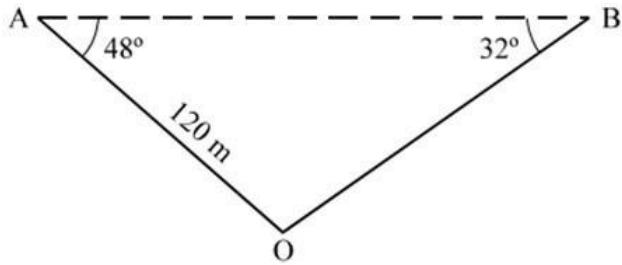
Problema 10



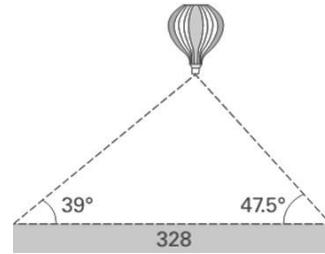
Problema 11

- Triángulos oblicuángulos

1. Un lado mide 51.2cm, su ángulo opuesto $48^\circ 50'$ y otro lado 42.6cm, encuentre los elementos que faltan.
2. Un lado mide 31.5cm, su ángulo opuesto $58^\circ 40'$ y otro ángulo $45^\circ 35'$, encuentre los elementos que faltan.
3. En un triángulo oblicuángulo dos lados miden respectivamente 8.3cm y 10.6cm, y el ángulo que forman mide $95^\circ 15'$. Encuentre los elementos que faltan.
4. La figura representa un terreno triangular que va a ser cercado, calcule el total de metros necesarios para completar la cerca.
5. Desde dos puntos distantes de 328 metros en terreno horizontal, se miden los ángulos de elevación de un globo cautivo situado en el mismo plano vertical que los puntos; esos ángulos son de 39° y 47.5° . ¿A qué altura se encuentra el globo?

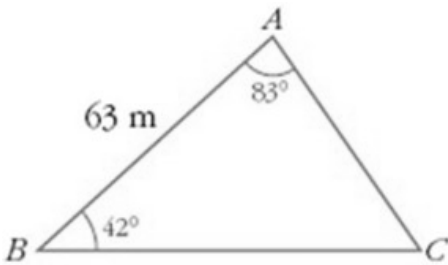


Problema 4

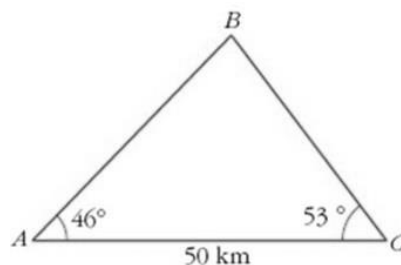


Problema 5

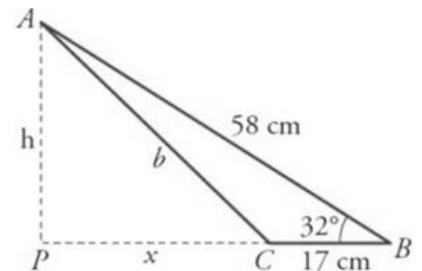
6. Beto conoce la distancia AB a la que está del árbol y los ángulos CBA y BAC pero quiere calcular la distancia BC a la que está de Carmen.
7. Un barco B pide auxilio y se reciben sus señales en las estaciones A y C, que se encuentran separadas 50 Km. Desde las estaciones se miden los ángulos $BAC = 46^\circ$ y $BCA = 53^\circ$. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?
8. Calcular las medidas de los segmentos "h" y "x".



Problema 6

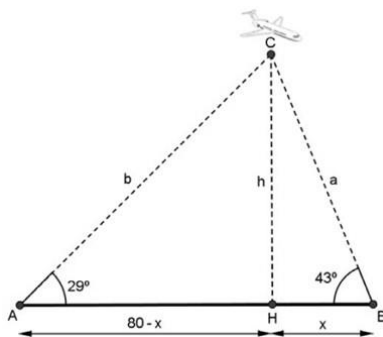


Problema 7

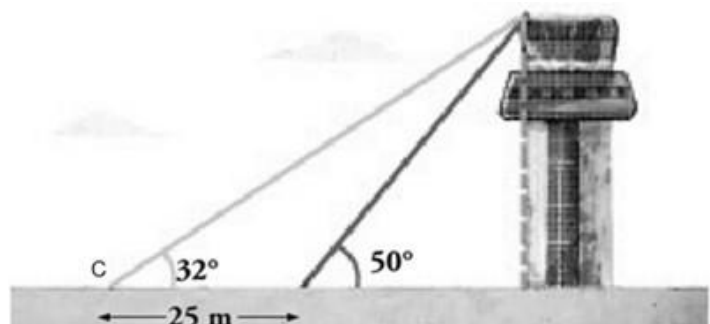


Problema 8

9. Desde dos ciudades A y B que distan 80 km se observa un avión. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29° y 43° con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión? ¿A qué distancia se encuentra de cada ciudad?
10. El ángulo de elevación de la cima de una torre medido desde un punto C de la horizontal es de 32° . Avanzando 25 metros hacia a la torre, se vuelve a medir el ángulo de elevación que es de 50° . Calcule la altura de la torre.



Problema 9



Problema 10